

**CONCOURS NATIONAL COMMUN**  
**D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES**  
**SESSION : 2018** **FILIERE : TSI**  
**EPREUVE DE : GENIE MECANIQUE**

**ELEMENTS DE CORRECTION**

**Arbre d'extraction de polyane**

**Question 1 :** Recopier le tableau ci-après et le remplir en vous aidant des annexes A1 et A2, et y indiquer le critère puis son niveau associé, pour chacune des exigences.

Exigence	Critère	Niveau
1.1.5	Energie électrique	400V Triphasé - 50Hz
1.1.6	Prix de revient	5000 Euros maxi
1.1.1.1	Fréquence de rotation	150 tr/min mini 300 tr/min maxi
1.1.1.3	Réduction souhaitée du diamètre de l'arbre	20mm mini 25mm maxi

**3- Motorisation du système de diminution du diamètre de l'arbre d'extraction :**

**Question 3-1 :** En observant la pale (1) sur la figure ci-après, donner la forme de sa matrice d'inertie au point B , en y reportant le moment d'inertie  $I_1$  indiqué dans les données.

$$\bar{I}(B,1) = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & 0 \\ -F_1 & B_1 & 0 \\ 0 & -D_3 & I_1 \end{pmatrix}_{(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_0)}$$

**Question 3-2 :** En utilisant la fermeture géométrique, déterminer les relations entre les trois paramètres du système ( $\alpha, \beta$  et  $x$ ).

$$\vec{OB} + \vec{BA} + \vec{AD} = \vec{OD} \quad \Rightarrow \quad -h \cdot \vec{y}_0 + L \cdot \vec{x}_1 - b \cdot \vec{x}_2 = x \cdot \vec{x}_0 - r \cdot \vec{y}_0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} L \cdot \cos \alpha - b \cdot \cos \beta = x \\ -h + L \cdot \sin \alpha - b \cdot \sin \beta = -r \end{cases}$$

**Question 3-3 :** Déterminer l'Energie cinétique  $T(E / R_0)$  de l'ensemble  $(E) = ((1), (2) \text{ et } (4))$ .

$$E_c(E/R_0) = E_c(1/R_0) + E_c(2/R_0) + E_c(4/R_0)$$

$$E_c(1/R_0) = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\alpha}^2 \quad \text{et} \quad E_c(4/R_0) = \frac{1}{2} \cdot m_4 \cdot \dot{x}^2$$

$$E_c(2/R_0) = \frac{1}{2} \cdot \{\vartheta(2/R_0)\}_D \otimes \{\mathbf{e}(2/R_0)\}_D = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \\ \dot{x} \cdot \vec{x}_0 \end{bmatrix}_D \cdot \begin{bmatrix} m_2 \cdot \vec{V}(G_2/R_0) \\ \vec{\sigma}(D, 2/R_0) \end{bmatrix}_D$$

$$= \frac{1}{2} (\dot{x} \cdot \vec{x}_0 \cdot m_2 \cdot \vec{V}(G_2/R_0) + \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{\sigma}(D, 2/R_0))$$

$$\text{et} \quad \vec{V}(G_2/R_0) = \dot{x} \cdot \vec{x}_0 + \overrightarrow{G_2 D} \wedge \vec{\Omega}(2/R_0) = \dot{x} \cdot \vec{x}_0 + \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \wedge \frac{b}{2} \cdot \vec{x}_2 = \dot{x} \cdot \vec{x}_0 + \frac{b}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_2$$

$$\dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{\sigma}(D, 2/R_0) = \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \cdot (\overrightarrow{I}(D, 2) \cdot \vec{\Omega}(2/R_0) + m_2 \cdot \overrightarrow{D G_2} \wedge \vec{V}(D \in 2/R_0))$$

$$= I_2 \cdot \dot{\beta}^2 + m_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \cdot (\overrightarrow{D G_2} \wedge \dot{x} \cdot \vec{x}_0) = I_2 \cdot \dot{\beta}^2 + m_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{x} \cdot \frac{b}{2} \cdot \vec{z}_0 \cdot (\vec{x}_2 \wedge \vec{x}_0)$$

$$E_c(2/R_0) = \frac{1}{2} \left[ m_2 \cdot \dot{x}^2 - m_2 \cdot \frac{b}{2} \cdot \dot{x} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta + I_2 \cdot \dot{\beta}^2 - m_2 \cdot \frac{b}{2} \cdot \dot{x} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta \right] = \frac{1}{2} [m_2 \cdot \dot{x}^2 + I_2 \cdot \dot{\beta}^2 - m_2 \cdot b \cdot \dot{x} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta]$$

$$\text{D'où} \quad E_c(E/R_0) = \frac{1}{2} [I_1 \cdot \dot{\alpha}^2 + I_2 \cdot \dot{\beta}^2 + (m_2 + m_4) \cdot \dot{x}^2 - m_2 \cdot b \cdot \dot{x} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta]$$

**Question 3-4 :** Déterminer les puissances extérieures de l'ensemble (E) par rapport au repère  $R_0$ .

$$P(\bar{E} \rightarrow E/R_0) = P(0 \xrightarrow{\text{Liais. parf}} 4/R_0) + P(0 \xrightarrow{\text{frott. visq}} 1/R_0) + P(0 \xrightarrow{\text{vérin}} 4/R_0) + P(0 \xrightarrow{\text{ressort}} 4/R_0)$$

$$+ P(\text{pesant} \rightarrow 1/R_0) + P(\text{pesant} \rightarrow 2/R_0) + P(\text{pesant} \rightarrow 4/R_0)$$

$$= 0 - \lambda \cdot \dot{\alpha}^2 + F_v \cdot \dot{x} - k \cdot x \cdot \dot{x} + P(\text{pesant} \rightarrow 1/R_0) + P(\text{pesant} \rightarrow 2/R_0) + P(\text{pesant} \rightarrow 4/R_0)$$

$$P(\text{pesant} \rightarrow 1/R_0) = \{\vartheta(1/R_0)\}_B \otimes \{\text{pesant} \rightarrow 1\}_B = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{bmatrix}_B \cdot \begin{bmatrix} m_1 \cdot g \cdot \vec{y}_0 \\ \overrightarrow{B G_1} \wedge m_1 \cdot g \cdot \vec{y}_0 \end{bmatrix}_B = m_1 \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha$$

$$P(\text{pesant} \rightarrow 2/R_0) = \{\vartheta(2/R_0)\}_{G_2} \otimes \{\text{pesant} \rightarrow 2\}_{G_2} = \begin{bmatrix} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \\ \dot{x} \cdot \vec{x}_0 + \frac{b}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_2 \end{bmatrix}_{G_2} \cdot \begin{bmatrix} m_2 \cdot g \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{bmatrix}_{G_2} = m_2 \cdot g \cdot \frac{b}{2} \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta$$

$$P(\text{pesant} \rightarrow 4/R_0) = \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \dot{x} \cdot \vec{x}_0 \end{bmatrix}_{G_4} \cdot \begin{bmatrix} m_4 \cdot g \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{bmatrix}_{G_4} = \vec{0}$$

$$\text{D'où} \quad P(\bar{E} \rightarrow E/R_0) = -\lambda \cdot \dot{\alpha}^2 + F_v \cdot \dot{x} - k \cdot x \cdot \dot{x} + \frac{g}{2} (m_1 \cdot L \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha + m_2 \cdot b \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta)$$

**Question 3-5 :** Déterminer les puissances intérieures de l'ensemble (E).

$$P(\text{int } E) = P(1 \xleftarrow{\text{Liais. parf}} 2) + P(2 \xleftarrow{\text{Liais. parf}} 4) = 0$$

**Question 3-6 :** Par application du théorème de l'énergie cinétique au système (E), donner l'expression de l'effort  $F_v$  du vérin en fonction des données.

$$\frac{d}{dt} E_c(E/R_0) = P(\bar{E} \rightarrow E/R_0) + P(\text{int } E)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} [I_1 \cdot \dot{\alpha}^2 + I_2 \cdot \dot{\beta}^2 + (m_2 + m_4) \cdot \dot{x}^2 - m_2 \cdot b \cdot \dot{x} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta] = -\lambda \cdot \dot{\alpha}^2 + F_v \cdot \dot{x} - k \cdot x \cdot \dot{x} + \frac{g}{2} (m_1 \cdot L \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha + m_2 \cdot b \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta)$$

$$\Rightarrow F_v = \frac{1}{\dot{x}} \left[ \frac{1}{2} \frac{d}{dt} [I_1 \cdot \dot{\alpha}^2 + I_2 \cdot \dot{\beta}^2 + (m_2 + m_4) \cdot \dot{x}^2 - m_2 \cdot b \cdot \dot{x} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta] + \lambda \cdot \dot{\alpha}^2 + k \cdot x \cdot \dot{x} - \frac{g}{2} (m_1 \cdot L \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha + m_2 \cdot b \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta) \right]$$

#### 4 - Etude du réducteur- choix du moteur d'entraînement.

**Question 4-1 :** En observant la vue en perspective ci-dessous du bloc (S), donner la forme de sa matrice d'inertie. Peut-on considérer qu'il est équilibré dynamiquement (justifier).

$$\bar{I}(O,S) = \begin{pmatrix} A_s & 0 & 0 \\ 0 & B_s & 0 \\ 0 & 0 & C_s \end{pmatrix}_{(\bar{x}_s, \bar{y}_s, \bar{z}_0)}$$

Équilibré dynamiquement car il tourne autour de son axe de révolution. ( $E = D = 0$ ).

(Son centre d'inertie appartient à l'axe de rotation qui est aussi un axe principal d'inertie).

**Question 4-2 :** Déterminer, en fonctions des données du tableau précédent, les expressions des rapports des vitesses indiqués sur le cadre ci-dessous. (à reproduire sur votre copie).

$k_{65} = \frac{\omega_6}{\omega_m} = \frac{d_5}{d_6}$	$k_{76} = \frac{\omega_7}{\omega_6} = -\frac{Z_{62}}{Z_{71}}$	$k_{S7} = \frac{\omega_S}{\omega_7} = -\frac{Z_{72}}{Z_S}$	$k = \frac{\omega_S}{\omega_m} = k_{65} \cdot k_{76} \cdot k_{S7}$
--	---	--	--

**Question 4-3 :** Déterminer le rendement globale  $\eta_g$  de la transmission en fonction de  $\eta_e$ , en déduire l'expression de la puissance perdue aux niveaux des contacts engrenages et poulies-courroie.

$$\eta_g = \eta_e^3 = (0,9)^3 \quad \text{et} \quad P_{perdue} = P_m(1 - \eta_g) = C_m \cdot \omega_m(1 - \eta_g)$$

**Question 4-4 :** Déterminer l'expression de l'énergie cinétique ( $E_c$ ) de l'ensemble ( $\Sigma$ ) composé des éléments (5,6,7,S) par rapport au bâti (0).

$$E_c(\Sigma / 0) = \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_6 \cdot \omega_6^2 + \frac{1}{2} \cdot J_7 \cdot \omega_7^2 + \frac{1}{2} \cdot J_S \cdot \omega_S^2$$

**Question 4-5 :** Déterminer  $J_e$  : le moment d'inertie équivalent à ( $\Sigma$ ) ramené sur l'arbre moteur.

$$E_c(\Sigma / 0) = \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_6 \cdot k_{65}^2 \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_7 \cdot k_{65}^2 \cdot k_{76}^2 \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_S \cdot k^2 \cdot \omega_m^2$$

$$\Rightarrow \boxed{J_e = J_m + J_6 \cdot k_{65}^2 + J_7 \cdot k_{65}^2 \cdot k_{76}^2 + J_S \cdot k^2}$$

**Question 5-6 :** Déterminer l'expression du couple moteur  $C_m$  en fonction de  $\eta_g$ ,  $\dot{\omega}_m$ ,  $k$ ,  $J_e$  et  $C_p$ . En déduire l'expression de  $C_m$  en régime permanent.

$$\frac{d}{dt}(E_c(\Sigma / 0)) = P_{ext} + P_{int} \Rightarrow J_e \cdot \omega_m \cdot \dot{\omega}_m = C_m \cdot \omega_m - C_p \cdot \omega_S - P_{perdue} = C_m \cdot \omega_m - C_p \cdot k \cdot \omega_m - C_m \cdot \omega_m(1 - \eta_g)$$

$$\Rightarrow J_e \cdot \dot{\omega}_m = C_m \cdot \eta_g - C_p \cdot k \Rightarrow \boxed{C_m = \frac{1}{\eta_g} (J_e \cdot \dot{\omega}_m + C_p \cdot k)} \quad \text{En régime permanent:} \quad \boxed{C_m = \frac{1}{\eta_g} (C_p \cdot k)}$$

#### 5- Déformation de la pale – Vérification de l'épaisseur de la pale :

**Question 5-1 :** Déterminer, en fonction des données, les actions aux appuis :  $Y_A$  et  $Y_B$ .

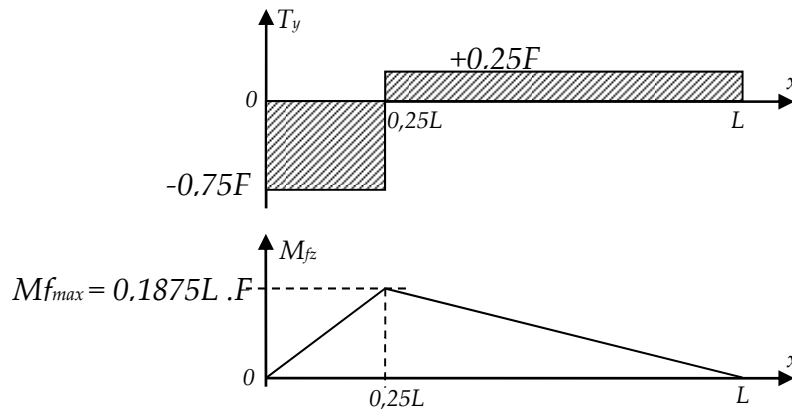
$$\left. \begin{array}{l} Y_A + Y_B = F \\ L \cdot Y_B - 0,25L \cdot F = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{Y_A = 0,75 \cdot F} \quad \text{et} \quad \boxed{Y_B = 0,25 \cdot F}$$

**Question 5-2 :** Déterminer, l'expression du torseur de cohésion pour chacune des zones (AE et EB).

$$\text{Zone AE : } \{Coh_{AE}\} = \begin{Bmatrix} -Y_A \\ x.Y_A \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} -0,75.F \\ 0,75.x.F \end{Bmatrix}_G$$

$$\text{Zone EB : } \{Coh_{EB}\} = \begin{Bmatrix} Y_B \\ (L-x).Y_B \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 0,25.F \\ 0,25(L-x).F \end{Bmatrix}_G$$

**Question 5-3 :** Tracer les diagrammes du moment de flexion  $M_{fz}$  et de l'effort tranchant  $T_y$ . En déduire le moment de flexion maximal  $M_{f_{max}}$ .



**Question 5-4 :** Donner l'expression de la contrainte normale maximale.

$$\sigma_{max} = \frac{M_{f_{max}}}{\frac{I_{GZ}}{v}} = \frac{M_{f_{max}}}{I_{GZ}} \frac{e}{2} \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{6.M_{f_{max}}}{a.e^2}$$

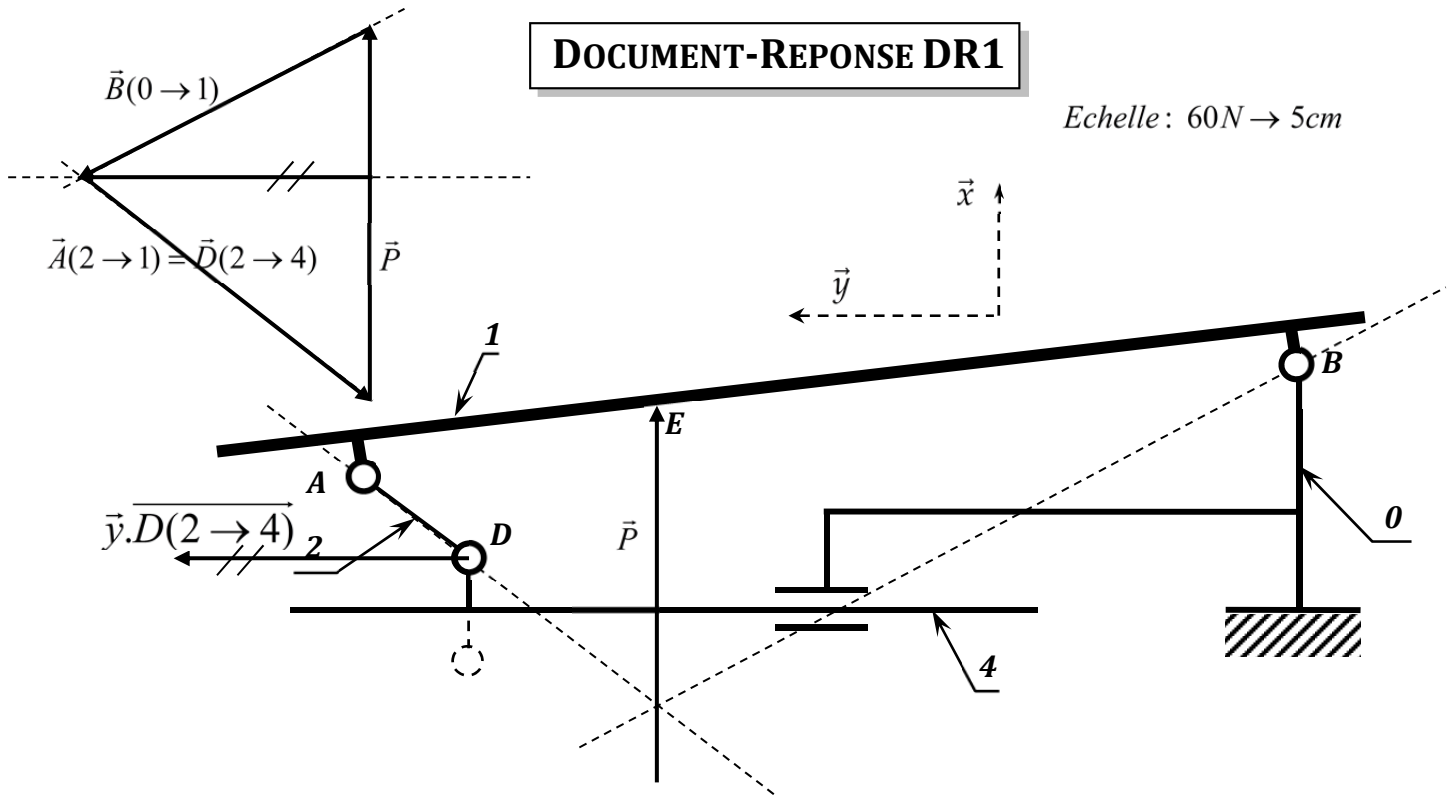
**Question 5-5 :** Déterminer l'expression de l'épaisseur minimale ( $e$ ) de la pale permettant de résister à la contrainte mise en jeu.

Condition de résistance :  $\sigma_{max} \leq R_{pe} \Rightarrow \frac{6.M_{f_{max}}}{a.e^2} \leq R_{pe} \Rightarrow e_{mini} = \sqrt{\frac{6.M_{f_{max}}}{a.R_{pe}}}$

**Question 5-6 :** La plaque est en acier (module de Young  $E=210GPa$  et  $R_{pe}=235 MPa$ ) et on donne  $F= 600N$ ,  $a= 8cm$  et  $L= 50cm$ . Calculer l'épaisseur ( $e$ ) en mm ;

$$e_{mini} = \sqrt{\frac{6.M_{f_{max}}}{a.R_{pe}}} = \sqrt{\frac{6 \times 0,1875 \times 500 \times 600}{80 \times 235}} \Rightarrow e_{mini} = 4,23mm$$

**2- Phase de récupération du film : vérification de l'effort utilisateur.**



**Question 3-1 :** Quel est le support de la force de la bielle (2) sur la pale (1) :

Support de la force de la bielle (2) sur la pale (1):..... **droite (AD)** .....

Justification : .....

**Théorème des deux forces** .....

**Question 3-2 :** En isolant la pale (1), Déterminer graphiquement les forces en A et B,

Justification : .....

**(1) est en équilibre sous trois forces :** .....

- **Concourantes en un même point**.....

- **Triangle des forces fermé.** .....

**Question 3-3 :** Déterminer graphiquement la projection  $\vec{y}. \overline{D(2 \rightarrow 4)}$ :

$\vec{y}. \overline{D(2 \rightarrow 4)} = 45,6\text{N}$  .....

**Question 3-4 :** Donner la valeur numérique de l'effort  $F_a$  et vérifier le cahier des charges :

$F_a = 2X \vec{y}. \overline{D(2 \rightarrow 4)} = 91,2\text{N}$  .....

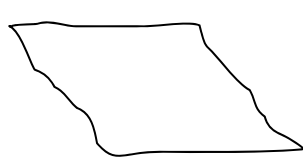
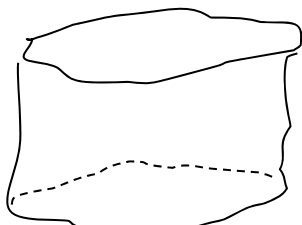
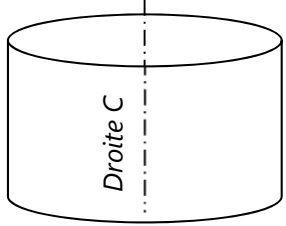
**Question 3-5 :** Deux causes parmi celles qui ont conduit à l'écart.

.....- **Hypothèse des liaisons parfaites**.....

.....- **Erreurs de la résolution graphique**.....

**Question 6-1:** Sur le document réponse DR3, compléter les différentes parties manquantes.

**DOCUMENT REponse DR2**

Symbole de la spécification: $\perp$	Elements non idéaux (Réels)		Elements idéaux (Modèles)	
	Element(s) tolérancé(s)	Element(s) de référence	Référence(s) spécifiée(s)	Zone de tolérance
<b>Type de spécification:</b> Forme <input type="checkbox"/> position <input type="checkbox"/> Orientation <input checked="" type="checkbox"/> battement <input type="checkbox"/>	Unique <input checked="" type="checkbox"/> groupe <input type="checkbox"/>	Unique <input checked="" type="checkbox"/> multiples <input type="checkbox"/>	Simple <input checked="" type="checkbox"/> commune <input type="checkbox"/> système <input type="checkbox"/>	Simple <input checked="" type="checkbox"/> composée <input type="checkbox"/>
<b>Condition de conformité:</b> L'élément tolérancé doit se situer tout entier dans la zone de tolérance	surface nominale plane 	surface A nominale cylindrique 	Droite C ; axe du cylindre contraint tangent du coté libre matière à la surface nominale cylindrique A 	Le plan médian des deux plans parallèles contraint perpendiculaire à la droite C 